Práctica 1. Nociones generales de la teoría de errores. Aplicación a la Física experimental.

Los físicos creen en un resultado porque los matemáticos lo han calculado; los matemáticos creen en él porque las observaciones físicas lo han demostrado.

Experimento y error

La Física es una ciencia empírica; es decir, se basa en mediciones. Para hacer una medición se necesita tanto un sistema de unidades como un patrón de referencia. En el área de las ciencias exactas, se utiliza actualmente el Sistema Internacional de Unidades (SI), desarrollado alrededor de 1960, que es la versión moderna del Sistema Métrico Decimal.

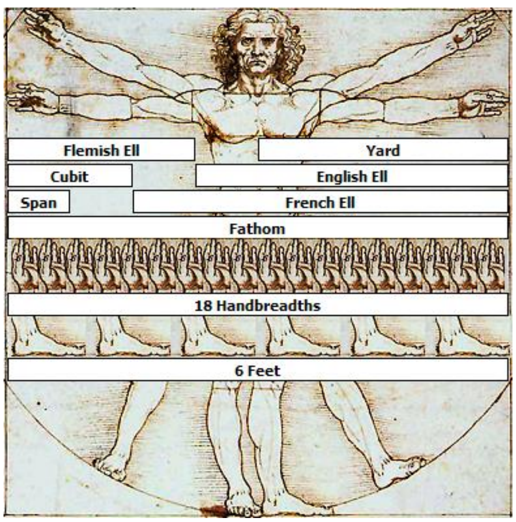


Figura 1. El hombre de Vitrubio.

Cantidad física

El objetivo de hacer un experimento en Física es el de determinar una o varias cantidades físicas involucradas en un fenómeno. En el mundo que nos rodea, se observan fenómenos que pueden ser cuantificados a través de cantidades físicas. Estas cantidades están formadas, ya sea por un escalar, o un vector, y una unidad; así, por ejemplo, tenemos 5.35 m y $23\hat{\mathbf{i}}$ N. La determinación cuantitativa de una cantidad física se reduce a compararla con la unidad correspondiente al patrón de medición.

Un estudio profundo y sistemático de los fenómenos físicos nos permite determinar leyes universales a través de experimentos. Sin embargo, siempre que se hace un experimento para medir alguna cantidad física, existe una indeterminación en esa cantidad; esto significa que, si la medición se efectúa varias veces, es posible que se obtengan diferentes resultados, pues, absolutamente, ninguna medición está libre de errores. Obtenemos, entonces, una colección de valores muy cercanos entre sí. Debe de quedar bien claro que lo único que puede saberse, siempre que se hace una medición, es entre qué valores se encuentra el valor real de una cantidad física. No debe confundirse el uso que se hace de la palabra error en una medición, con el error que se obtiene al hacer una medición descuidadamente.

Puesto que no es posible conocer todas las variables involucradas en un experimento, sólo es viable medir algunas, aquellas que nos interesa conocer, y la dependencia que existe entre ellas. Pero el hecho de no conocer todas las variables involucradas, o cómo son afectadas unas con otras en el experimento, no impide que se haga con precisión. Existen métodos bien establecidos para determinar en qué rango se encuentra el valor de la cantidad física que estamos midiendo y cuál es el error en la medición.

Figura 2. Instrumentos de medición.

Pongamos como ejemplo típico de medición el de determinar la dilatación lineal, en función de la temperatura, de una varilla de metal. Cuando se realiza este experimento, se considera que la varilla está totalmente aislada y no se permite ni la entrada ni la fuga de calor. Sin embargo, existen algunos efectos, aún cuando el experimento se haga de la manera más cuidadosa, que influyen, en menor o mayor grado, sobre la medición. Dentro de la varilla no hay una temperatura uniforme y, en el momento de poner en contacto el termómetro con el metal, parte del calor contenido en el metal pasa a éste produciendo un gradiente de temperatura; otra cantidad de calor pasa al sistema que mide la longitud de la varilla y que necesariamente está en contacto con ella. En realidad, nunca se alcanza el equilibrio térmico. También puede suceder que el termómetro pueda no estar bien calibrado, o la lectura sea errónea debido al paralaje; también el equipo puede no responder rápidamente a los cambios de temperatura, etc. Algunas de estos efectos son completamente despreciables, otros pueden ser estimados y otros no.

Error sistemático y error relativo.

Cuando se efectúa una medición, es posible clasificar los errores, en errores que pueden ser removidos o no, llamados errores aleatorios y errores sistemáticos, respectivamente.
Los errores aleatorios aparecen, como su nombre lo indica, completamente al azar y no tienen, aparentemente, ninguna causa que los produzca, por lo tanto, no son repetibles. Tampoco pueden ser totalmente removidos.
Los errores sistemáticos son todos los errores que no son aleatorios. Este error se agrega a la medición que se está realizando como una constante. Son errores producidos, generalmente, por la mala calibración del aparato de medición. Además, son difíciles de detectar, a menos que se haga la medición, ya sea con otro instrumento o por medio de otro método.

Otros conceptos utilizados en el proceso de medición son las siguientes:
Exactitud: Significa qué tan cercano está un valor medido del valor real. Si no se conoce el valor real de una cantidad física, no es sencillo determinar en qué extensión es exacta nuestra medición. La medición es exacta si no es afectada por los errores sistemáticos.
Precisión: Indica la exactitud de una medición. Ser más preciso no indica necesariamente ser más exacto. Se dice que una medición es precisa si no es influida por los errores aleatorios.
En general, una medición con errores aleatorios puede ser muy precisa porque el error sistemático es pequeño con respecto a los aleatorios, Figura 3.

Así, se concluye que la exactitud y precisión de una medición depende del aparato de medición; del observador; del método de medición; y de los errores aleatorios.

Figura 3. Las líneas grises representan la incertidumbre asociada a cada medición, r_1 y r_2. r representa el valor real de la cantidad física. La medición r_2 es más exacta, pero menos precisa que la medición r_1.

Realmente, hacer una medición es como tirar al blanco. En la Figura 4 se presenta la interpretación, sobre una diana, de lo que significa precisión y exactitud.

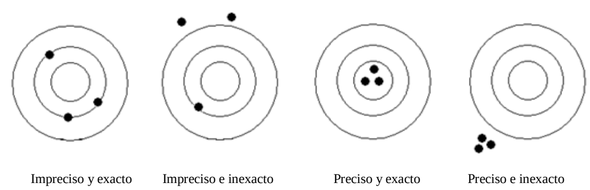


Figura 4. Precisión y exactitud

Determinación de errores

Supongamos que hacemos n veces una medición de una cantidad física determinada y obtenemos los valores x_1, x_2,...x_n. El promedio, o valor medio, de la medición viene dado por

$$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} x_k \qquad (1)$$

Este valor se interpreta como el mejor valor de la cantidad física x obtenido de n mediciones. Si el número de mediciones es muy grande, se espera que el valor medio esté muy cercano al valor correspondiente al máximo de la función de distribución (gaussiana o normal) de la cantidad medida, Figura 5.

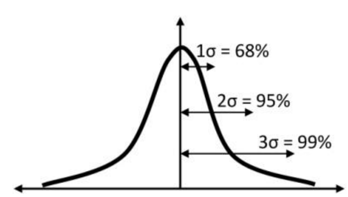


Figura 5. Distribución gaussiana de las mediciones de un medidor de potencia. Las flechas indican que para diferentes valores de $k\sigma$, la confianza es de 68 % (k = 1), 95 % (k = 2) y 99 % (k = 3).

La desviación del valor medio de cada medición se expresa como $\varepsilon_k = x_k - \bar{x}$, cantidad que puede ser positiva o negativa. De acuerdo a la ecuación (1), se cumple siempre que

$$\sum_{k=1}^{n} \varepsilon_k = 0 \qquad (2)$$

La dispersión de la medición, a partir del valor medio, se describe mediante la desviación estándar Δx, dada por

$$\Delta x = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{n} \varepsilon_k^2}{n-1}} \qquad (3)$$

La desviación estándar, o incertidumbre, garantiza que el valor de cada medición de la cantidad, x_i, se encuentra, con el 68.3% de confiabilidad, en el intervalo

$$\bar{x} - \Delta x < x_i < \bar{x} + \Delta x$$

La Figura 6 muestra los datos de un experimento donde se muestra los datos; el intervalo de confianza a través de las barras de error; y un modelo ajustado a los datos experimentales.

Frecuentemente se presenta el error relativo de la medición de una cantidad física en forma de porcentaje, de tal forma que

$$\text{Error relativo} = \frac{\Delta x}{x} \times 100\%$$

La incertidumbre sobre el valor medio viene dada por

$$\frac{\Delta x}{\sqrt{n}}$$

donde n es el número total de mediciones.

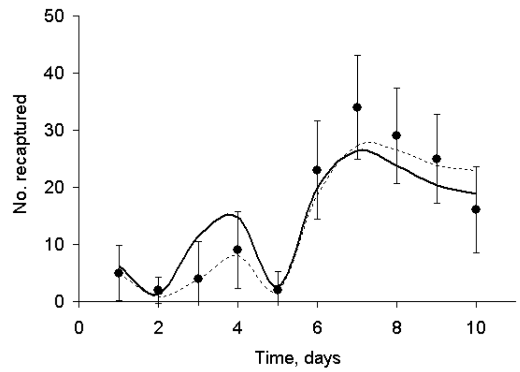


Figura 6. Número diario de polillas capturadas en un experimento. Los puntos indican los datos experimentales. La curva continua y la punteada son modelos ajustados al experimento. Las barras de error indican una confiabilidad del 95 %.

Cifras significativas

Por cifras significativas se entiende los dígitos que tienen significado en una cantidad, ya sea medida o calculada. Para determinar cuáles son las cifras significativas, es necesario aprender algunas reglas básicas.

La primera dice que cualquier dígito diferente de cero es significativo. También, los ceros entre dígitos diferentes de cero son significativos. Como ejemplo, 8002 tiene cuatro cifras significativas, mientras que 20254 tiene cinco.

Los ceros a la izquierda de los primeros dígitos diferentes de cero no son significativos; por ejemplo, 0.000876 tiene sólo tres cifras significativas.

En los números con punto decimal, los ceros a la derecha de un dígito diferente de cero son significativos. Así, 0.045 tiene dos cifras significativas, mientras que 0.0450 tiene tres.

En los números sin punto decimal, los últimos ceros a la derecha del número pueden ser considerados significativos, o no. 200 tiene una sola cifra significativa, pero 200. tiene tres. 2×10^2 tiene una. Para que los ceros de la derecha del número sean significativos, se debe poner un punto decimal al número.

También existe una manera de representar de manera consistente las incertidumbres asociadas a una medición: En general, las cifras significativas asociadas a una medición deben de ser del mismo orden que las correspondientes a la incertidumbre.

Se muestran algunos ejemplos en la siguiente tabla, indicando la manera correcta de escribir la medición y su incertidumbre.

Incorrecto	Correcto
7.34 ± 0.02098	7.34 ± 0.02
23.0 ± 2	23.0 ± 2.0
7 ± 0.5	7.0 ± 1.0
34.59 ± 0.058	34.59 ± 0.06

Redondeo

El resultado de la medición y su incertidumbre se deben redondear hasta el mismo número de cifras decimales. La incertidumbre se debe siempre redondear; mientras que el resultado de la medición se debe redondear al valor más pequeño si antes de la cifra que se va a redondear hay alguno de los números entre 0 y 4; y al valor más alto si termina en un número entre 5 y 9.

Para encontrar la cifra que se va a redondear, se busca la primera cifra desde la izquierda que sea diferente de cero. Si es un número entre 3 y 9, entonces ésta es la cifra que se redondeará. Si es un 1 ó 2, entonces la siguiente cifra hacia la derecha es la que se redondea.

Ejemplos

Ejemplo 1.
En este ejemplo se muestra cómo se calculan las cantidades que se mencionaron con los datos de un experimento. En este caso, se ha medido una arista de un cubo seis veces. En la Tabla I se muestran los resultados de cada una de las mediciones, así como la desviación del valor medio.

Tabla I.

	l_i (m)	ε_i (m)	$\varepsilon_i^2 \times 10^{-6}$ (m^2)
1	2.256	0.007	49
2	2.243	-0.006	36
3	2.235	-0.014	196
4	2.274	0.025	625
5	2.265	0.016	256
6	2.249	0.000	0.0

Con los valores de la segunda columna se obtiene el valor medio, o promedio:

$$\bar{x} = (13.495)/6 \text{ m}$$

$$\bar{x} = 2.249 \text{ m}$$

que puede redondearse a 2.250 m.

Con los valores encontrados del valor medio y la desviación del valor medio de cada medición, se encuentra que la desviación estándar es

$$\Delta x = 0.015 \text{ m}$$

De esta manera, el valor más probable de cada medición, l_i, se encuentra de la siguiente manera

$$l_1 = 2.256 \pm 0.015 \text{ m}$$
$$l_2 = 2.243 \pm 0.015 \text{ m}$$
$$l_3 = 2.235 \pm 0.015 \text{ m}$$
$$l_4 = 2.274 \pm 0.015 \text{ m}$$
$$l_5 = 2.265 \pm 0.015 \text{ m}$$
$$l_6 = 2.249 \pm 0.015 \text{ m}$$

La incertidumbre para el valor medio es 0.006 m, de tal forma que

$$(2.250 - 0.006) \text{ m} < \bar{l} < (2.250+0.006) \text{ m}$$

Generalmente se escribe este resultado como

$$\bar{l} = 2.250 \pm 0.006 \text{ m}$$

El error relativo es, entonces,

$$\frac{\Delta x}{\bar{x}} = \frac{0.015}{2.249} \times 100\% = 0.6\ \%$$

O, también

$$\bar{l} = 2.250 \text{ m} \pm 0.6\%$$

Propagación de errores
Generalmente, las mediciones que se hacen de una cantidad física deben de combinarse con otra cantidad física a través de operaciones aritméticas. Esto produce que los errores en cada una de las cantidades usadas en una relación compuesta se combinen para dar el peor resultado. Un valor más cercano al error de una cantidad física se obtiene utilizando métodos que permitan que los errores de una cantidad física se contrarresten con los errores de otra.

Si existen dos cantidades físicas, x y y, que se midieron con sendas incertidumbres, de tal forma que quedan $x \pm \Delta x$ y $y \pm \Delta y$ ¿cuál será el valor de las nuevas cantidades z y Δz calculada a partir de x y y?
Aquí se usaran métodos muy simples para evaluar el valor de z, y su incertidumbre, bajo el conocimiento de que un tratamiento más profundo está más allá del alcance de estas notas.

Para el cálculo de la incertidumbre de z, Δz, utilizaremos dos aproximaciones: la de promedios de errores y la de desviaciones estándar. Las expresiones dadas, usando la desviación estándar, corresponden a las obtenidas del tratamiento estadístico adecuado, así que se preferirá sobre la primera aproximación.

(a) Adición y substracción: $z = x + y$; $z = x - y$

Usando promedios de errores se obtiene

$$\Delta z = |\Delta x| + |\Delta y| +$$

Usando desviaciones estándar

$$\Delta z = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2 + \cdots}$$

(b) Multiplicación y división: $z = xy$; $z = x/y$

Esta regla sirve para la multiplicación, la división o una combinación de ambas.
Usando promedios de errores

$$\frac{\Delta z}{z} = \frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta y}{y} + \cdots$$

Usando desviaciones estándar

$$\frac{\Delta z}{z} = \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{y}\right)^2 + \cdots}$$

(c) Productos de potencias: $z = x^m y^n$
Usando promedios de errores

$$\frac{\Delta z}{z} = |m|\frac{\Delta x}{x} + |n|\frac{\Delta y}{y} + \cdots$$

Usando desviaciones estándar

$$\frac{\Delta z}{z} = \sqrt{\left(m\frac{\Delta x}{x}\right)^2 + \left(n\frac{\Delta y}{y}\right)^2 + \cdots}$$

Ejemplo

Calcule $z = w\,x + y^2$ si $w = (4.52 \pm 0.02)$ cm; $x = (2.0 \pm 0.2)$ cm, $y = (3.0 \pm 0.6)$ cm.

$z = wx + y^2 = 18.0$ cm^2

Primero se calcula el producto wx con su incertidumbre:

$wx = 9.0 \pm 0.9$ cm^2

Se calcula ahora y^2:

$$\frac{\Delta(y^2)}{y^2} = 2\frac{\Delta y}{y} = 2\frac{0.6}{3.0} = 0.4 \text{ cm}$$

$$\Delta(y^2) = 3.6\,\text{cm}^2$$

Se obtiene, finalmente,

$\Delta z = (0.9 + 3.6)$ cm = 4.5 cm

Se redondea este valor a 4.0 cm y el resultado final para z es

$z = (18.0 \pm 4.0)$ cm

Sistemas de referencia

Los sistemas coordenados proporcionan un sistema de referencia que permite la localización de puntos en el espacio. Existen varios tipos de sistemas coordenados, pero el más utilizado es el sistema cartesiano o rectangular.

Figura 7. Estación de referencia del sistema de posicionamiento global (DGPS).

Si se utiliza el sistema de coordenadas cartesiano, Figura 8; es decir, el sistema que utiliza pares de números dados como $P(x,y)$, para representar la posición de un punto en un plano, se puede graficar entonces la curva descrita por la función $y = f(x)$. Esto significa que si se conoce la dependencia de y con respecto de x, se puede asignar a cada valor de x uno de y y obtener, con todos los puntos, el lugar geométrico de esa curva.

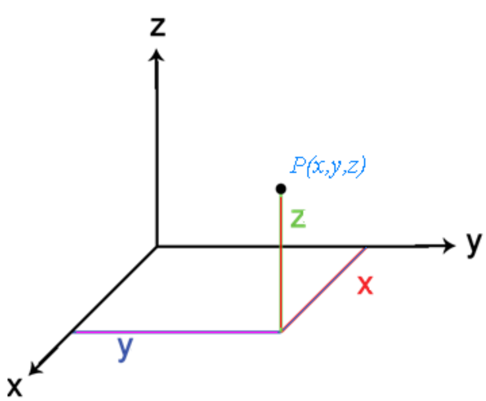


Figura 8. Sistema de coordenadas cartesiano tridimensional. Un punto en el espacio se representa como $P(x,y,z)$.

Hay que considerar que en la Física, las variables dependientes o independientes se representan por cualquier letra; por ejemplo, la velocidad como función del tiempo de un móvil se representa como $v(t)$; el rozamiento experimentado por un cuerpo, en función de su velocidad, se escribe como $F_f(v)$; el período de un péndulo, en función de la longitud de la cuerda, es $T(l)$; etc. En todos los casos, dentro del paréntesis se representa la variable que se considera independiente.

Gráficas

Una forma práctica de observar, de manera general, el comportamiento de una cantidad física es a través de una gráfica. De este modo, es importante proporcionar toda la información necesaria para leer e interpretar correctamente la gráfica. Para comprender totalmente una gráfica de datos, ésta debe de tener la siguiente información:

- Un título
- Etiquetas para cada uno de los ejes.
- Las unidades de las cantidades físicas graficadas.
- Una marca correspondiente a cada punto experimental con barras de error.
- El análisis gráfico de la gráfica.
- Leyendas en el caso de que se grafique más de un grupo de datos.

La Tabla II muestra los datos obtenidos en un experimento donde un cuerpo se desplaza. Estos datos se grafican en la Figura 9, donde se muestran todos los elementos de una gráfica..

Tabla II. Datos obtenidos experimentalmente de la posición de un cuerpo con respecto al tiempo.

Posición (m)	Tiempo (s)
1.47	1.86
2.94	4.80
4.41	7.90
5.88	10.65
7.35	13.79
8.82	16.79
10.29	19.61
11.76	22.67
13.23	25.58
14.70	28.51

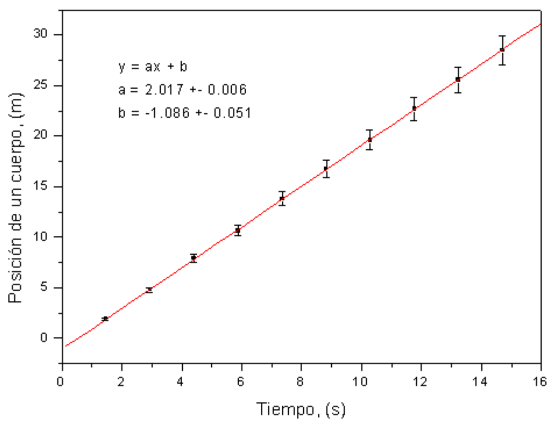


Figura 9. Presentación de una gráfica con todos sus elementos.

Gráficas de funciones.

El lugar geométrico de una función, $f(x)$, puede representarse en un plano coordenado. Se obtienen los valores de la variable dependiente, $y = f(x)$, simplemente sustituyendo los valores de la variable independiente, x, en la función. Este proceso puede llevarse a cabo mediante una tabulación, donde se le dan los valores a la variable x dentro de un rango y se calculan los valores que toma la variable y.

Como ejemplo, suponga que se tiene la función $y = f(x) = 2/x$, y los valores que toma x van desde 1 a 5. Primero, hay que elegir el incremento en x, dado por Δx, para calcular el par ordenado (x,y).

Se escoge $\Delta x = 1$, de tal forma que $x = 1, 2, 3, 4, 5$. Debe tomarse en cuenta que esta elección no es única. Puede escogerse también $x = 1.0, 1.2, 1.4, ... 4.6, 4.8, 5.0$ ($\Delta x = 0.2$); o cualquier otra serie de números entre 1 y 5. Se construye, entonces, la tabulación de la siguiente manera.

Paso 1. Con $y = f(x) = 2/x$, se calcula los valores que toma la variable independiente de acuerdo a los valores elegidos de x.

$y = f(1) = 2/1 = 2$
$y = f(2) = 2/2 = 1$
$y = f(3) = 2/3 = 0.66$
$y = f(4) = 2/4 = 0.50$
$y = f(5) = 2/5 = 0.40$

Paso 2. Con los valores de x y y, se construye ahora la tabulación, Tabla III.

Tabla III. $y = 2/x$

x	y
1	2
2	1
3	0.66
4	0.50
5	0.40

Entonces, los puntos del plano que describen el lugar geométrico de la función $f(x) = 2/x$, para esta tabulación, vienen dados por (1,2), (2,1), (3,0.66), (4,0.50), (5,0.40).

El siguiente paso es encontrar el lugar geométrico de la curva en el plano cartesiano.

Una curva es el lugar geométrico de los pares ordenados (x,y) definidos por la función $y = f(x)$.

La gráfica de la función viene dada en las figuras 10 y 11. Obsérvese que la escala usada en cada uno de los ejes es diferente.

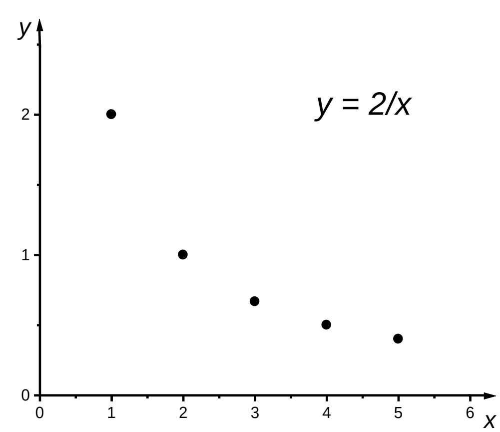


Figura 10. Gráfica de la función $y = f(x) = 2/x$ con $\Delta x = 1$.

Como puede observarse en la Figura 11, la gráfica de la función se define mejor a medida que se toman incrementos de x más pequeños, lo que requiere tabulaciones muy grandes. En la práctica, se toman unos pocos valores de x, y después los puntos se unen de manera aproximada, tal y como se indica en la misma figura.

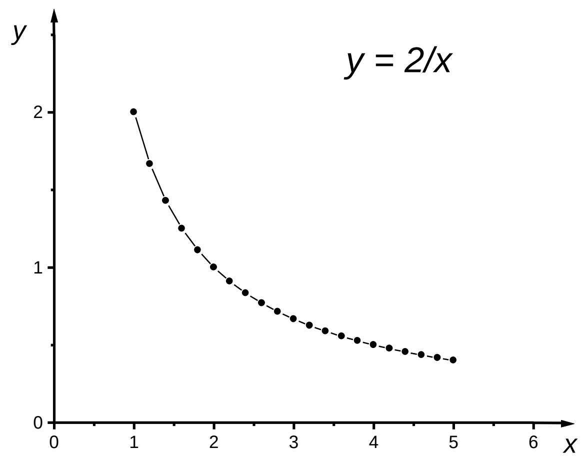


Figura 11. Gráfica de la función $y = f(x) = 2/x$. El incremento es $\Delta x = 0.2$. Las líneas que unen los puntos indican valores aproximados de la función.

Pendiente de una recta

Dos puntos definen una recta en un plano; es decir, por dos puntos cualesquiera en el plano cartesiano sólo puede pasar una recta. La pendiente, m, de una recta que pasa por los puntos P(x_1,y_1) y Q(x_2,y_2), se define por la razón

$$m = \frac{(y_2 - y_1)}{(x_2 - x_1)} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

No existe ninguna restricción para los valores que puede tomar la pendiente de una recta. La Figura 12 muestra la interpretación geométrica de la pendiente.

Si una recta es paralela al eje X, su pendiente vale cero, pues $x_1 = x_2$. Si es paralela al eje Y, su pendiente está indefinida, vale infinito (∞), $y_1 = y_2$. También puede tomar valores positivos y negativos.

La figura 13 muestra las rectas representativas de los cuatro casos mencionados.

Las cantidades físicas que se definen como la razón de dos cantidades, tienen la misma interpretación que la pendiente de una recta. Por ejemplo, la velocidad promedio, $v = {}^{\Delta r}/_{\Delta t}$, corresponde a la pendiente de una recta, donde la variable dependiente es la velocidad y el tiempo es la variable independiente.

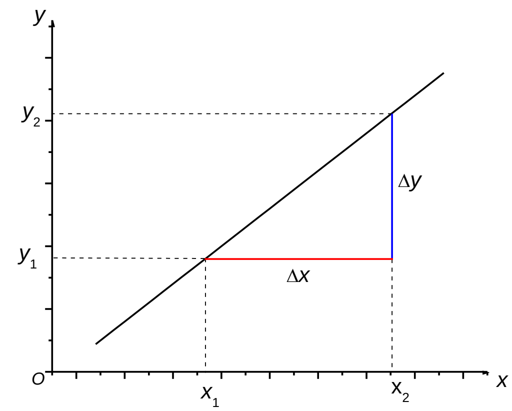


Figura 12. Significado geométrico de la pendiente. La razón $\Delta y/\Delta x$ define la pendiente de una recta.

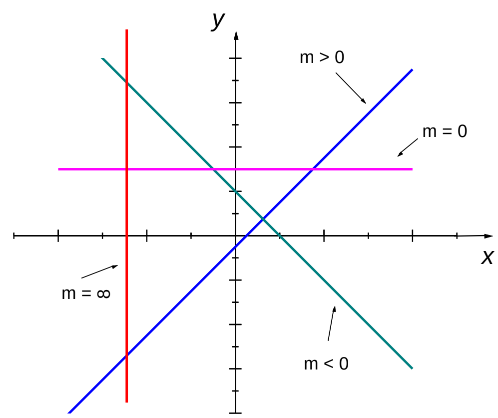


Figura 13. Representación de rectas con diferentes valores de la pendiente, m.

Proporcionalidad.

Algunas leyes de la física se representan mediante funciones que tienen la forma general

$$y = ax^n$$

donde a y n son constantes reales. Cuando se tiene una función de este tipo, se dice que y es proporcional a x^n (x elevada a la enésima potencia). La manera de representar la proporcionalidad es

$$y \propto x^n$$

La constante *a* recibe el nombre de constante de proporcionalidad. Esto no significa otra cosa más que la razón entre *y* y x^n es una constante; es decir,

$$\frac{y}{x^n} = a$$

En el caso especial en el que *n* = 1, se dice que *y* es directamente proporcional a *x*; es decir, la relación es lineal. Si *n* = -1, entonces *y* es inversamente proporcional a *x*; o sea, si aumentan los valores de *x*, disminuyen los valores que se obtienen para *y*, pues la razón entre ellas se debe de mantener constante.

Es necesario hacer hincapié que la relación entre las variables es siempre la misma aún cuando las letras que se usen para representarlas cambien. Así, también se puede tener $s = br^n$; *s* es la variable dependiente y *r* la independiente; *b* y *n* son constantes.

Algunos ejemplos de leyes físicas que tienen esta forma, tomando sólo la magnitud en las expresiones vectoriales, son:

Ley de Coulomb
$F(r) = (kq_1q_2)/r^2$; con $a = (kq_1q_2)$ y $n = -2$.

Segunda ley de Newton
$F(a) = ma$; con $a = m$ y $n = 1$.

Ley de Galileo
$h(t) = ½gt^2$; con $a = ½$ g y $n = 2$.

Ley de Boyle-Mariotte
$V(P) = k/P$; con $a = k$ y $n = -1$.

Existe también este tipo de dependencia entre algunas cantidades físicas derivadas de las leyes físicas. Por ejemplo, la manera cómo depende el período de un péndulo en función de la longitud es

$T(l) = 2\pi(l/g)^{½}$

Para diferentes valores de *l*, se tiene que

$a = 2\pi/g^{½}$ y $n = ½$.

La velocidad, *v*, que adquiere un cuerpo cuando cae desde una altura determinada, *h*, despreciando la resistencia del aire, está dada por

$v(h) = (2gh)^{½}$

Para diferentes alturas, la constante es $a = (2g)^{½}$ y $n = ½$.

Gráficas de funciones.

Cuando se desarrolla un experimento, se procura que se realice bajo las mejores condiciones con el con el fin de tener un control preciso sobre las cantidades físicas que se quieren medir. Por ejemplo, para medir la dependencia de la velocidad de caída de un cuerpo en función de su altura, es necesario evitar que exista el rozamiento producido por el aire. Si, en cambio, se quiere determinar el calor específico de una sustancia, es necesario usar un calorímetro para evitar la influencia de fuentes o sumideros externos de calor.

Como ya se mencionó, la descripción matemática de la mayoría de las leyes de la física corresponde a cantidades proporcionales entre sí. Por ejemplo, si se hace el experimento de la caída libre, y se mide la velocidad del cuerpo en función de la altura, se obtiene la serie de datos de la Tabla IV.

Tabla IV. Experimento de caída libre.

h (m)	*v* (m/s)
2.0	6.35
3.0	7.50
4.0	8.94
5.0	9.93
6.0	10.89
7.0	11.67
8.0	12.61

Pero una gráfica dice más que mil datos, así que si se grafican los datos, obtenidos en el experimento, en un sistema coordenado cartesiano, donde el eje horizontal representa la altura y el vertical la velocidad, se obtiene la siguiente gráfica, Figura 14.

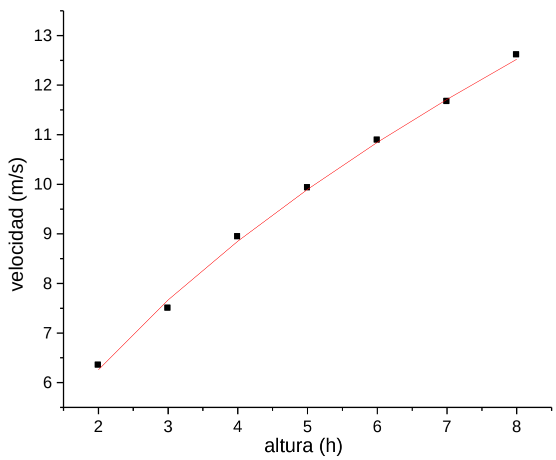


Figura 14. Gráfica de los datos experimentales de caída libre. La línea indica la función dada por $v = (2gh)^{½}$.

Los puntos indican los valores obtenidos experimentalmente, mientras que la línea es la gráfica de la función dada por $v = (2gh)^{½}$. En este caso se ve que la constante *a* tiene un valor cercano a 4.427 y $n = ½$. La determinación de la constante *a* es, en la mayoría de las veces, una de las tareas principales cuando se realiza un experimento.

Algunas leyes de la física siguen una dependencia funcional donde *n* toma los siguientes valores: 1, -1, 2, -2, ½ y -½.

La Figura 15 muestra la forma de las gráficas correspondientes a los diferentes valores de *n*. El valor de la constante *a* se obtiene cuando $x = 1$, puesto que 1 elevado a cualquier potencia es siempre 1.

Cuando $n = 1$, la curva es una recta, $y = ax$, que pasa por el origen y tiene una pendiente $m = a$.
Si $n = -½$, -1 ó -2 , la curva es una hipérbola: $y = a/x^{½}$, $y = a/x$ y $y = a/x^2$.

La curva es una parábola si $n = 2$ o $n = ½$; y $y = ax^2$ y $y = ax^{½}$ respectivamente.

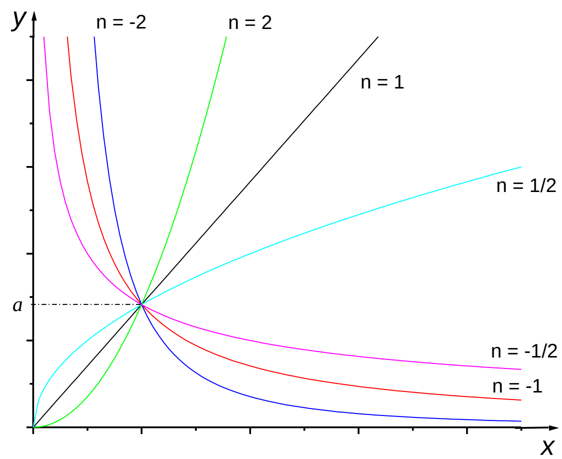


Figura 15. Gráfica de la función $y = ax^n$ para $n = 1$, -1, 2, -2, ½ y -½

En general, se puede describir la forma que tiene la gráfica de la función $y(x)$ de acuerdo a los valores que toma *n*. La Figura 16 indica la forma de la curva para cada rango de valores de *n*.

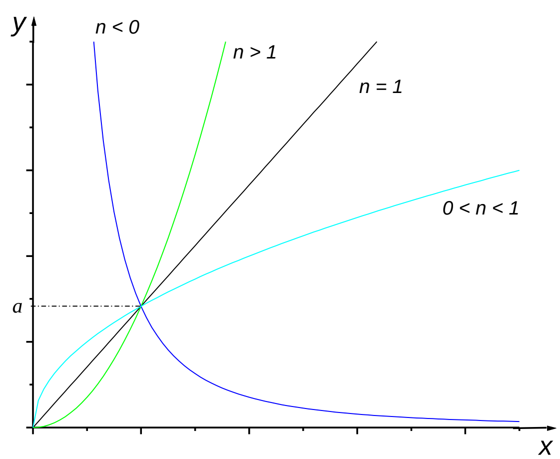


Figura 16. Grafica de la función $y = ax^n$ con los diferentes rangos de valores que puede tomar *n*.

Gráficas de datos experimentales

Cuando se realiza un experimento, para encontrar la dependencia de una variable con respecto a otra, usualmente se tabula las cantidades físicas como se hizo en la Tabla III. Siempre es posible obtener, de manera aproximada, la forma en que depende una variable de otra si se grafican los puntos del experimento. Inclusive, se puede decir dentro de qué rango de valores se encuentra *n*, siempre que la ley física, o la relación entre las variables, sea como la descrita anteriormente. Sin embargo, para describir exactamente la dependencia entre las variables, es necesario encontrar el valor de *n* y de la constante *a*. Una vez conocidos estos valores, es posible predecir qué valores toman las variables no medidas experimentalmente; es decir, hacer predicciones, que es uno de los objetivos de los experimentos.

Por ejemplo, en el experimento de la caída libre, Tabla III, una vez conocido el valor de *n* y de *a*, es posible saber exactamente cuál sería la velocidad del cuerpo si cae de una altura de 8.5 m (interpolar) o desde 15 m (extrapolar), aún cuando la velocidad adquirida por el cuerpo, cuando cae desde estas alturas, no haya sido medida.

¿Cuál es el método adecuado para calcular *n* y *a*? Para responder a esta pregunta se procederá de la siguiente manera.

Se tienen los valores de unas cantidades físicas mostradas en la Tabla V. Este es un experimento para determinar la ley de Ohm. Se encuentra el valor de la resistencia, *R*, en función de la corriente, *I*, cuando se aplica un voltaje constante en las terminales de un resistor.

Tabla V. Experimento de la ley de Ohm.

I (A)	*R* (Ω)
0.10	48.11
0.20	27.24
0.30	18.97
0.40	12.39
0.50	9.81
0.60	8.33
0.70	7.22

El siguiente paso es graficar esos puntos en un sistema de coordenadas donde las cantidades físicas del experimento, dadas como variable *I* y *R* vienen representados por los ejes cartesianos. Se escoge la variable independiente como *R* y la dependiente como *I*. La gráfica de los puntos, unidos por medio de una línea arbitraria queda como se indica en la Figura 11.

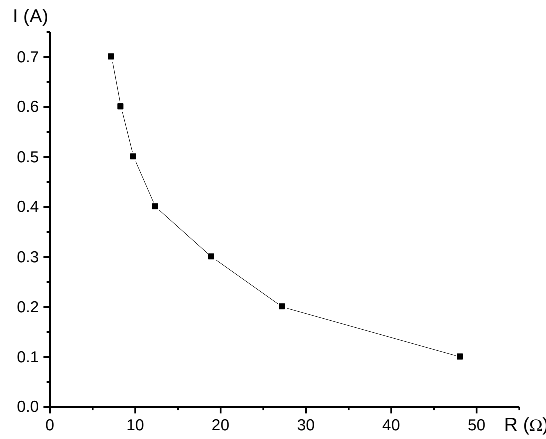


Figura 11. Gráfica de la corriente (*I*) contra la resistencia (*R*) en un experimento para determinar la ley de Ohm.

Comparando la gráfica de la figura 11, con las gráficas de la figura 10, se puede observar que los valores que tomaría *n* son menores que cero; es decir, $n < 0$. Los valores posibles de *n* serían, entonces, $n = -½$, -1, y -2. Esto significa que las funciones que describirían la dependencia entre *R* e *I* serían $I = aR^{-½}$, $I = aR^{-1}$ o $I = aR^{-2}$. Hasta ahora, sólo se conoce los valores que puede tomar *n*, pero aún no se sabe cuál de los tres es el que describe la función. También faltaría conocer el valor de la constante *a*.

Se comienza eligiendo el primer valor de *n* (-½) suponiendo, así, que la función $I(R) = aR^{-½}$, que se puede escribir como

$$IR^{½} = a$$

La Tabla VI muestra los valores obtenidos con el producto $IR^{½}$ de los valores de *I* y de *R* del experimento.

Tabla VI. Valores del producto $IR^{½}$.

$IR^{-½}$
0.6936
1.0438
1.3036
1.4079
1.5660
1.7317
1.8809

Los valores que se obtienen del producto son todos muy diferentes entre sí. Hasta ahora no se puede concluir nada más sobre los valores de *a* y *n*. De los tres valores posibles de *n*, se toma el siguiente y se procede de la misma manera; es decir, se toma ahora $n = -1$ y se tabula el producto $IR = a$, Tabla VII.

Tabla VII. Valores obtenidos del producto *IR*.

IR
4.811
5.448
5.691
4.956
4.905
4.998
5.054

Hay que tener presente, que en cada caso, el producto no es otra cosa, mas que el valor de la constante *a*, de tal manera, que debe tener el mismo valor para el producto de las variables. Si se comparan las Tablas VI y VII se observa que, en el primer caso, el producto; o sea, la constante, toma diferentes valores, mientras que en el segundo caso, los valores que se obtienen son muy cercanos entre sí. Además, no se observa una tendencia del producto a disminuir o a aumentar, como en el caso en el que $n = -½$, Tabla VI. Así, se puede concluir que el valor de *n* que describe la dependencia de *R*, como función de *I*, es $n = -1$.

Para convencerse de esto, se puede tabular el producto IR^2 ($n = -2$), Tabla VIII. El producto tiende a disminuir, así que se descarta $n = 2$.

Tabla VIII. Valores obtenidos del producto IR^2.

IR^2
231.45
148.40
107.95
61.40
48.11
41.63
36.48

El valor de la constante *a* puede escogerse de entre cualesquiera de los de la Tabla VII; sin embargo, para obtener el valor más exacto, se promedian estos valores para obtener $a = 5.123$. No hay que olvidar las unidades, así que lo correcto sería escribir $a = 5.123$ (AΩ).

Finalmente, se obtiene la función que describe *I* en función de *R*:

$$I = 5.123\ R^{-1}$$

La gráfica de esta función y los puntos obtenidos experimentalmente se muestra en la figura 12. En este ejemplo, el objetivo es sólo mostrar cómo se calcula *a* y *n* y la gráfica no muestra barras de error.

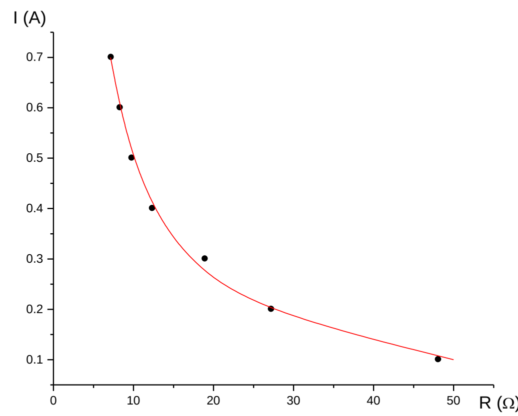


Figura 12. Puntos experimentales de la ley de Ohm y gráfica de la función $I = 5.123R^{-1}$.

Es importante mencionar que las cantidades físicas obtenidas por medio de un experimento no siguen exactamente la dependencia funcional de la ley que las describe. Así, se ve que los puntos del experimento no caen exactamente sobre la línea de la función, como se vio en la gráfica de la figura 8.

Ejercicios

1. Un tiempo se mide primero cinco veces y después otras cinco veces sin error sistemático. La Tabla IX muestra los valores obtenidos.

Tabla IX

i	V_i (mV)
1	56.3
2	56.1
3	56.0
4	56.5
5	55.9
6	56.4
7	56.1
8	56.2
9	55.8
10	56.3

¿Cuál es el resultado de la medición si se utilizan sólo los primeros cinco valores, si se utilizan los diez valores?.

2. Se mide diez veces la diferencia de voltaje a través de una resistencia. Los resultados que se obtienen se expresan en la Tabla X.

Tabla X

i	V_i (mV)
1	123.5
2	125.3
3	124.1
4	123.9
5	123.7
6	124.2
7	123.2
8	123.7
9	124.0
10	123.2

Encuentre el valor medio del voltaje, la incertidumbre y la incertidumbre sobre el valor medio. Redondee todos sus resultados.

3. Dados $w = (4.52 \pm 0.02)$ kg, $x = (2.0 \pm 0.2)$ kg. Encuentre $v = wx$ y $r = x/w$ y su incertidumbre.

4. Suponga que $w = (4.52 \pm 0.02)$ cm, $A = (2.0 \pm 0.2)$ cm^2, $y = (3.0 \pm 0.6)$ cm. Encuentre $z = \dfrac{wy^2}{\sqrt{A}}$.

5. Calcule z y Δz para cada uno de los siguientes casos:
(i) $z = (x - 2.5\,y + w)$ con $x = (4.72 \pm 0.12)$ m, $y = (4.4 \pm 0.2)$ m, $w = (15.63 \pm 0.16)$ m.
(ii) $z = (wx/y)$ con $w = (14.42 \pm 0.03)$ m/s^2, $x = (3.61 \pm 0.18)$ m, $y = (650 \pm 20)$ m/s.
(iii) $z = yx^3$ con $x = (3.55 \pm 0.15)$ m, $y = (5.00 \pm 0.12)$ m
(iv) $z = v(xy + w)$ con $v = (0.644 \pm 0.004)$ m, $x = (3.42 \pm 0.06)$ m, $y = (5.00 \pm 0.12)$ m, $w = (12.13 \pm 0.08)$ m^2.
(v) $z = A\sin y$ con $A = (1.602 \pm 0.007)$ m/s, $y = (0.774 \pm 0.003)$ rad.

6. Encuentre el promedio y la desviación estándar de las siguientes cinco mediciones dadas en centímetros: (12.2, 12.5, 11.9, 12.3, 12.2)

7. En una competencia, se miden los valores de la distancia (en metros) recorrida por un corredor, en función del tiempo transcurrido (en segundos). Los datos se registran en la Tabla XI.

Tabla XI

t (s)	***d*** (m)
2	13.9
4	27.1
7	52.5
13	89.8
56	385
102	714
185	1285

Encuentre cómo depende la distancia del tiempo transcurrido. ¿Qué cantidad física representa la constante a y cuáles son sus unidades?

8. En el ejemplo de la ley de Ohm suponga que la variable dependiente es R y la independiente es I. Realice todo el análisis para encontrar a y n. Tome los mismos puntos de la Tabla 3. ¿Qué puede concluir de este ejercicio?.

9. Suponga que en un experimento se encuentra que fuerza entre dos cargas depende de la

distancia entre ellas, como se muestra en la Tabla XII.

Tabla XII

r (m)	***F*** (N)
0.010	0.891
0.015	0.400
0.020	0.225
0.050	0.037
0.070	0.018
0.090	0.012
0.120	6.25×10^{-3}
0.160	3.49×10^{-3}

10. Suponga que *F* es la variable independiente y *r* la dependiente. Encuentre el valor de *a* y *n*. (b) Suponga ahora que *r* es la variable independiente y *F* la dependiente y encuentre *a* y *n*. ¿Existe alguna diferencia en los resultados? Explique detalladamente sus conclusiones.

11. Repita el procedimiento para encontrar *a*, con *n* = -2, del experimento mencionado en el texto sobre la ley de Ohm, y concluya si es posible que *I* dependa de *R* de acuerdo a estos valores. Explique porqué.

12. Escriba cómo se representa la dependencia de la velocidad de caída libre de un cuerpo en función del tiempo y en función de la distancia recorrida.

13. Escriba cómo se representa la dependencia de la velocidad de caída libre de un cuerpo en función del tiempo y en función de la distancia recorrida.

14. Use un programa para graficar (*Origin*, *Excel*, etc.) y grafique la función $Z(r) = 3sen(r)$. ¿Cuál es, en este caso, la variable dependiente y la independiente? Tome valores de *r*, desde -2π a 3π, en pasos de π. Trate de identificar el lugar geométrico de la función. Posteriormente, tome el incremento como $\pi/4$ y trate de identificar la función. ¿Observa alguna diferencia entre el primer caso y el segundo? ¿Qué puede concluir de este ejemplo?

Bibliografía

Measurement Errors and Uncertainties. Theory and Practice. Rabinovich, Semyon G. Springer Verlag. Nueva York. 2005

The Uncertainty in Physical Measurements. An Introduction to Data Analysis in the Physics Laboratory. Paolo Fornasini. Springer-Verlag. Nueva York. 2008.

Física Experimental dDdáctica. César Rodríguez Valencia, Jacob Rodríguez Valencia. Ed. Panamá. 2009.

Práctica 2. Equilibrio de fuerzas. Primera condición de equilibrio.

Antes de comenzar, lea completamente esta práctica y responda las preguntas. Use su libro de protocolos para hacer su reporte.

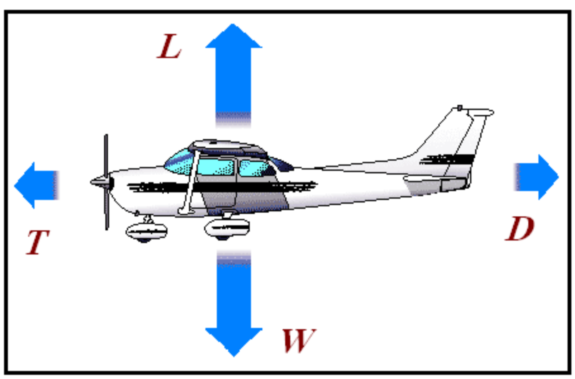
¿Qué significa equilibrio? ¿Qué establece la segunda ley de Newton? ¿Cómo se relaciona con la primera condición de equilibrio? ¿Cuál es la segunda condición de equilibrio?

¿Cuáles son las condiciones que se deben satisfacer para que un cuerpo se encuentre en equilibrio?

Dibuje un diagrama de fuerzas con tres fuerzas arbitrarias que actúan sobre un cuerpo. ¿Es necesario que el cuerpo esté en reposo?

Escriba la primera condición de equilibrio para tres fuerzas coplanares.

Si tiene un sistema, en el que tres fuerzas arbitrarias actúan sobre un cuerpo en equilibrio, ¿cuál es el número máximo de incógnitas que debe tener para poder resolver el problema?; ¿cuáles deben ser las cantidades conocidas?



Objetivo del experimento

Obtener la confirmación de la primera condición de equilibrio, que dice que un cuerpo se encuentra en equilibrio si la fuerza neta que actúa sobre él es cero.

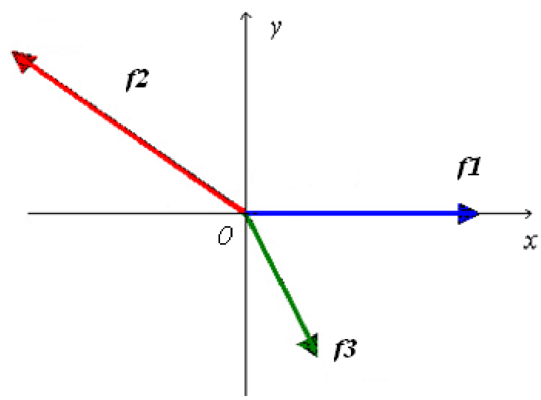
Equipo y materiales utilizados

- Mesa de vectores
- Goniómetro
- Nivel
- Pesas con diferentes masas

Diseño del experimento

El objetivo del experimento es demostrar que se cumple la primera condición de equilibrio.

Para esto, se debe seleccionar tres fuerzas coplanares que, al actuar sobre un cuerpo, se equilibren entre sí, de tal forma que la fuerza resultante es cero. Para la descripción completa de la condición de equilibrio, es necesario determinar exactamente la posición de las tres fuerzas, al actuar sobre un punto, que se equilibran sobre un plano horizontal.



Debe usarse el sistema de coordenadas cartesiano para encontrar las componentes de las fuerzas, midiendo todos los ángulos a partir de la parte positiva del eje *x*; para esto, se utiliza un goniómetro. Para simplificar el cálculo, una de las fuerzas debe estar apuntando en la dirección indicada por el ángulo de 0°. Una vez determinados los ángulos en los que apunta cada fuerza, debe de sacarse del sistema del equilibrio y hacer una nueva medición cuando se alcance nuevamente el equilibrio. Esto es con el objetivo de hacer un análisis estadístico de las mediciones.

Para reducir las fuentes de error en el experimento, es conveniente minimizar los errores ambientales, los de observación y los aleatorios. Para manejar adecuadamente estos últimos, se recomienda recurrir a los métodos estadísticos, de tal manera que se debe de repetir el experimento, al menos cinco veces. Con los valores obtenidos, se calcula el promedio y la desviación estándar de la medición. Finalmente, se hace el cálculo teórico para compararlo con el experimento y determinar la validez de la primera condición de equilibrio.

Procedimiento

Para realizar este experimento ejecute los siguientes pasos:
1. Utilice la mesa de vectores y, si es necesario, con la ayuda del nivel, colóquela horizontalmente.
2. Use el goniómetro de papel y procure que no se deslice.
3. Utilice tres masas diferentes y coloque cada una de ellas en cada soporte de la mesa de vectores. No olvide agregar el peso del soporte, si lo considera necesario.
4. Asegúrese de que el hilo, que une el aro con los soportes, se pueda mover libremente.
5. Para determinar el punto de equilibrio de la mejor manera posible, es necesario que las masas no oscilen. El punto de equilibrio se encuentra cuando el aro está exactamente en el centro de la mesa de vectores. ¿El sistema estará en equilibrio si el aro no está en el centro de la mesa? ¿Por qué?
6. Mida con cuidado los ángulos a los que se encuentra cada fuerza.
7. Saque el sistema del equilibrio y repita los pasos 5, 6 y 7, al menos cinco veces.
9. Obtenga el valor medio de cada ángulo y la desviación estándar de éste.
10. Demuestre que el fenómeno que acaba de observar se puede describir exactamente utilizando la primera condición de equilibrio.
11. Utilice ahora masas con los valores m_1 = 300 g; m_2 = 100 g; m_3 = 150 g. Analice con cuidado este experimento y describa sus observaciones. Sea muy cuidadoso al llegar a una conclusión.
12. Haga su reporte completo, de acuerdo a la guía. Incluya los diagramas de fuerza correspondientes y el rango de la medición.

Discusión y conclusiones

Discuta con sus compañeros la validez del modelo. Escriba sus conclusiones en el reporte. Si existe discrepancia entre el modelo teórico y el resultado obtenido experimentalmente, detecte y analice las posibles fuentes de error.

Práctica 3. Caída libre de un cuerpo.

Antes de comenzar, lea completamente esta práctica y responda las preguntas. Use su libro de protocolos para hacer su reporte.

¿Cuándo se puede considerar que un cuerpo cae libremente?, ¿Cuáles son las fuerzas que actúan sobre un cuerpo que cae libremente en la Tierra?, ¿Influye la atmósfera terrestre?, ¿Cuál es la fuerza que ejerce la tierra sobre un cuerpo cuando está cayendo, cuando está subiendo, cuando está en reposo?

Encuentre, a partir de la expresión $r = r_0 + v_0(t - t_0) + ½a(t - t_0)^2$, la posición, velocidad y aceleración de un cuerpo de masa m que cae libremente sobre la superficie de la tierra.
¿Qué es la velocidad terminal de un cuerpo?
¿Cuál es el valor de la gravedad que espera obtener y por qué?

Objetivo del experimento

Obtener, en forma experimental, la relación del desplazamiento en función del tiempo, de un cuerpo que se mueve en caída libre; obtener, además, el valor de la aceleración de la gravedad, g.

Equipo y materiales utilizados

- Material para experimento de caída libre.
- Cámara de video con tripie.
- Programa *Tracker*.
- Programa para graficar (*Origin*, *Excel*, etc.)

Diseño del experimento

Puesto que uno de los objetivos del experimento es hallar la relación entre el desplazamiento y el tiempo de un cuerpo que se mueve en caída libre, deberá considerar lo siguiente: Que el movimiento del cuerpo se aproxime lo más posible a una caída libre. Para lograrlo, se recomienda utilizar un cuerpo denso de forma esférica con el fin de que la fuerza gravitacional que actúa sobre él sea mucho mayor que la fuerza resultantes de la interacción con el aire.
La altura, desde donde se suelta el cuerpo, debe seleccionarse de tal manera que no alcance su velocidad terminal. Para reducir las fuentes de error en el experimento, es conveniente minimizar los errores ambientales, los de observación y los aleatorios. Para manejar adecuadamente estos últimos, se recomienda recurrir a los métodos estadísticos.
Una vez seleccionada la distancia total que recorrerá el cuerpo en su caída elija, dentro de este rango, varias alturas desde donde se dejará caer libremente el cuerpo, y registre, en cada una de ellas, su respectivo tiempo de caída. Con los datos de la altura, h, y tiempo, t, construya una gráfica de h vs. t. Compare los resultados obtenidos en el experimento con el modelo matemático teórico del movimiento de caída libre. Determine el valor de la aceleración de la gravedad.

Procedimiento

Para realizar este experimento ejecute los siguientes pasos:
1. Utilice la cámara de video para grabar la caída vertical de un cuerpo.
2. Utilice el programa *Tracker* para obtener la posición del cuerpo en función del tiempo.
3. Interpole los datos mediante un polinomio de segundo orden en t. Use un programa como *Origin*, *Excel*, etc. para esto.

4. Compare sus resultado experimentales con el modelo matemático del movimiento de un cuerpo en caída libre y determine el valor de la aceleración de la gravedad, g.

Discusión y conclusiones

Discuta con sus compañeros la validez del modelo. Escriba sus conclusiones en el reporte. Si existe discrepancia entre el modelo teórico y el resultado obtenido experimentalmente, detecte y analice las posibles fuentes de error.

Práctica 4. Aceleración de un cuerpo.

Antes de comenzar, lea completamente esta práctica y responda las preguntas. Use su libro de protocolos para hacer su reporte.

¿Qué es una partícula libre? ¿Cuál es la diferencia entre velocidad y aceleración promedio y velocidad y aceleración instantáneas? ¿Cómo cambia la aceleración de un cuerpo debido a la gravedad a medida que sube y baja? Investigue cuál es la expresión de la velocidad, que va a utilizar en este experimento, en función de la posición y el tiempo. Este dato es crucial para tener un reporte correcto. ¿Es posible obtener el valor de *g* con este sistema? ¿De acuerdo a lo que observa en las fotografías, qué puede decir sobre la aceleración?
Explique, cualitativamente, qué va a obtener en esta práctica y porqué es posible utilizar un plano inclinado para realizarla.

Objetivo del experimento

Aprender, mediante el registro de la posición como función del tiempo de un cuerpo móvil, a interpretar el valor de las variables cinemáticas: velocidad y aceleración

Equipo y materiales utilizados

- Sistema de Flotación Lineal (SFL)
- Impulsor de aire
- Cámara de video con tripie.
- Programa *Tracker*.
- Programa para graficar (*Origin*, *Excel*, etc.)

Diseño del experimento

Se registra la posición, en función del tiempo, de un cuerpo que está en movimiento, puesto que con estas variables es posible obtener, de manera aproximada, la velocidad, la aceleración, la energía cinética, el ímpetu, etc.
Una forma de obtener registros simultáneos de posición y tiempo, se logra considerando un cuerpo que se está moviendo y que deja a través de su movimiento, registros de su posición a intervalos iguales de tiempo. Esto, es posible realizarlo mediante el programa *Tracker*.
Para obtener un movimiento con aceleración constante, se le aplicará, al deslizador, una fuerza constante. Para esto se utilizará el sistema de flotación lineal como plano inclinado (Figura 1).

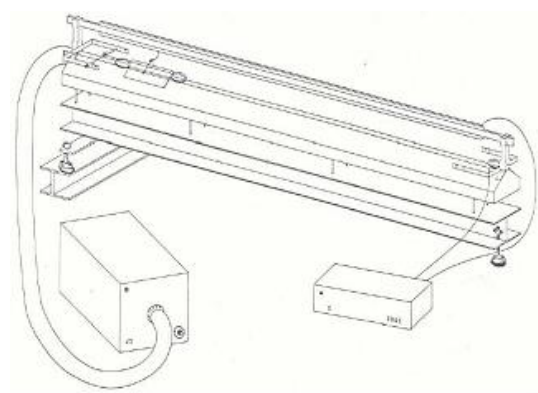


Figura 1.

Procedimiento

Para realizar este experimento siga los siguientes pasos:

- El Sistema de flotación lineal deberá emplearse como plano inclinado; para ello se colocará el extremo de la entrada del aire sobre un bloque metálico.
- Sostenga el deslizador para evitar que se deslice. Encienda el Impulsor de aire. Libere el deslizador para efectuar un registro simple. Procure finalizar el registro antes de que el deslizador llegue al otro

extremo del Sistema de flotación para evitar el traslape de puntos en el registro. Efectúe este paso varias veces para poder realizar un análisis estadístico de la medición.

- Haga un análisis de los datos registrados y encuentre la velocidad tomando en cuenta el desplazamiento total del móvil en cada punto, dividido entre el intervalo de tiempo empleado para llegar a ese punto. Con estas velocidades, encuentre la aceleración.

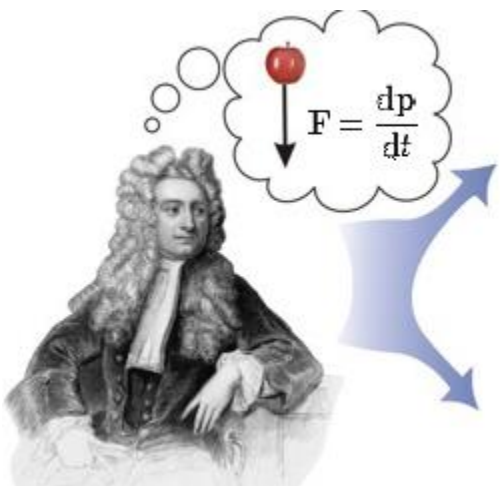
Discusión y conclusiones

Discuta con sus compañeros la validez del experimento. Escriba sus conclusiones en el reporte. Si existe discrepancia entre el modelo teórico y el resultado obtenido experimentalmente, detecte y analice las posibles fuentes de error.

Práctica 5. Segunda ley de Newton.

Antes de comenzar, lea completamente esta práctica y responda las preguntas. Use su libro de protocolos para hacer su reporte.

¿Cuáles son las leyes de Newton? ¿Qué diferencia existe entre masa inercial y la masa gravitacional? ¿Cuál se utiliza en esta práctica y porqué? ¿Se cumple la segunda ley de Newton cuando un cuerpo no se desplaza de manera ideal? ¿Obtuvo un valor razonable de la aceleración en su práctica anterior?. Esto es importante para obtener resultados confiables en esta práctica.



Objetivo del experimento

Encontrar la relación que existe entre la fuerza que se le aplica a un cuerpo y su aceleración.

Equipo y materiales utilizados

- Sistema de Flotación Lineal (SFL)
- Impulsor de aire
- Pasador metálico
- Amortiguador desmontable
- Bloque metálico
- Cámara de video con tripie.
- Programa *Tracker*.
- Programa para graficar (*Origin*, *Excel*, etc.)

Diseño del experimento

Se aplica una fuerza constante al deslizador mediante una masa que cuelga de un hilo, que cae a través de una polea. Se registra su posición por medio de la cámara de video a medida que se desplaza. Para encontrar una relación funcional entre la aceleración y la masa del cuerpo, se utilizan diferentes masas colocadas sobre el móvil manteniendo constante la masa que se desliza por la polea. Se determina la aceleración de la misma manera que en la práctica anterior.

Procedimiento

- Instale el equipo como se muestra en la Figura 1.
- Nivele el sistema de flotación lineal.
- Cerciórese de la trayectoria del cuerpo es registrada por la cámara.
- Coloque sobre la guía del sistema de flotación un deslizador con masa conocida, *m*.
- Sujete el deslizador y aplíquele una fuerza constante, empleando el sistema de pesas y polea.
- Encienda el impulsor de aire.
- Inicie el registro de posición y tiempo, con la cámara.
- Mida la fuerza que produjo el movimiento; es decir, determine el peso de la masa empleada para jalar el deslizador, (masa = $\text{masa}_{\text{pesas}}$ + $\text{masa}_{\text{portapesas}}$).

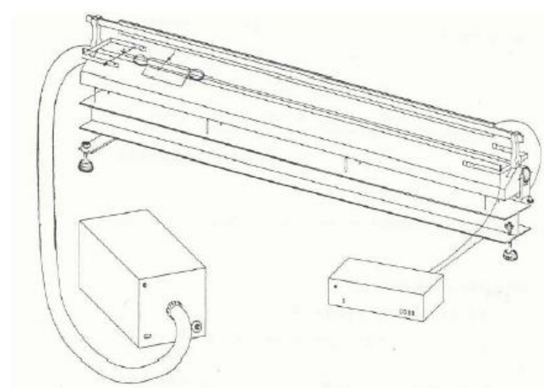


Figura 1.

- Repita el experimento, al menos cuatro veces más. para poder realizar un análisis estadístico de la medición.
- Repita estos pasos pero ahora cambie la masa del deslizador insertando pesas en la parte superior de éste manteniendo la misma fuerza que produce el movimiento.
- Tabule los diferentes valores de las masas del deslizador, sus correspondientes aceleraciones y

el valor de la fuerza que produce el movimiento en cada uno de los eventos.

- Grafique la aceleración contra la masa y encuentre la relación funcional que existe entre estas cantidades.
- Compare el valor de la constante que relaciona la aceleración y la masa con la fuerza, *F*, que actúa sobre el deslizador.
- Si hay discrepancia entre el modelo teórico y el obtenido experimentalmente, haga una lista de las posibles fuentes de error.

Discusión y conclusiones

Discuta con sus compañeros la validez del experimento. Escriba sus conclusiones en el reporte. Si existe discrepancia entre el modelo teórico y el resultado obtenido experimentalmente, detecte y analice las posibles fuentes de error.

Práctica 6. Conservación de la energía.

Antes de comenzar, lea completamente esta práctica y responda las preguntas. Use su libro de protocolos para hacer su reporte.

¿Por qué es útil tener el concepto de trabajo en Física? ¿Cuáles son las fuerzas conservativas? Dé algunos ejemplos. ¿Bajo qué condiciones se conserva la energía en un sistema cerrado? ¿Qué resultados espera obtener en la última tabla del experimento, si la energía se conserva?

Objetivo del experimento

El objetivo del experimento es determinar qué tanto se aproximan los resultados de este experimento, a los obtenidos en un sistema conservativo ideal.

Equipo y materiales utilizados

- Sistema de flotación lineal
- Impulsor de aire
- Cronómetro digital
- Deslizador con bandera de interrupción
- Interruptores opto-electrónicos
- Imán de sujeción

Diseño del experimento

Puesto que en un sistema cerrado la energía se conserva, la variación de energía cinética está directamente relacionada con la energía potencial de un cuerpo en un campo gravitacional. En este experimento, se puede determinar la velocidad que tiene el cuerpo en un instante determinado y la altura a la que se encuentra con respecto a un punto de referencia; por lo tanto, es posible determinar si la energía se conserva.

Procedimiento

1. Nivele el Sistema de flotación lineal.
2. Coloque el Sistema de flotación lineal como plano inclinado; para ello, utilice un bloque metálico, Figura 1.

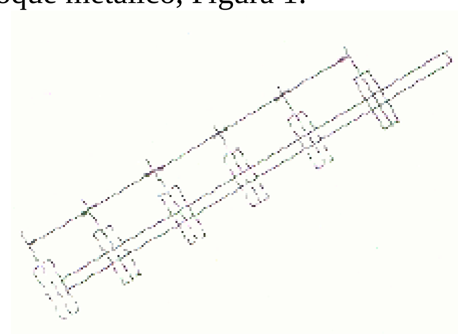


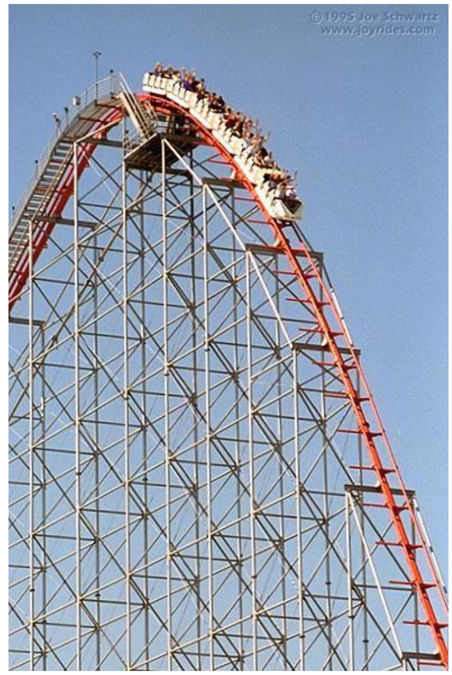
Figura 1

3. Verifique que esté bien instalado el electroimán de sujeción en su respectivo receptáculo.
4. Seleccione un conjunto de cinco puntos de la regla metálica espaciados uniforme-mente.
5. Prepare la cámara de video para registrar el movimiento del cuerpo.
6. Comience a grabar y desactive el electroimán para liberar el cuerpo.
7. Repita varias veces esta medición y analícela estadísticamente. Con el valor del valor medio de Δt; el valor fijo de Δx, obtenga la velocidad media que llevaba el deslizador cuando paso por el primer punto. No olvide considerar la propagación de errores.
8. Repita para cada nueva posición los pasos anteriores.
9. Con los valores de las velocidades determinadas en los puntos seleccionados, construya una tabla de datos con las posiciones y las velocidades calculadas.

Estas velocidades se aproximan a velocidades instantáneas.

10. Calcule ahora la diferencia de alturas Δh, para cualquier par de puntos seleccionados consecutivos.
11. Con el valor calculado de Δh y con los valores de las velocidades registradas en su tabla de datos, construya una tabla como la Tabla 1.
12. Después de llenar su tabla, indique qué significado tienen los valores que obtuvo y cómo se puede determinar si la energía se conservó o no. Describa completamente cómo llega a esta conclusión.

Intervalo	$\frac{(v_2^2 - v_1^2)}{2g\Delta h}$
1-2	
2-3	
3-4	
4-5	



Discusión y conclusiones

Discuta con sus compañeros la validez del experimento. Escriba sus conclusiones en el reporte. Si existe discrepancia entre el modelo teórico y el resultado obtenido experimentalmente, detecte y analice las posibles fuentes de error.

Práctica 7. Determinación del impulso.

Antes de comenzar, lea completamente esta práctica y responda las preguntas. Use su libro de protocolos para hacer su reporte.

¿Cuál es la forma más general de escribir la segunda ley de Newton? ¿Cuál es la forma que tiene, si la masa es constante? ¿Si no es constante? ¿Cómo se deriva la ecuación para el impulso a partir de la segunda ley de Newton? ¿Qué relación existe entre el impulso y el momento lineal? Considere el área bajo una curva, $F(t)$, que representa una fuerza. ¿Cómo se puede calcular el impulso a partir de este concepto? ¿Cómo se puede simplificar la expresión para el impulso si se considera una fuerza promedio? Dé varios ejemplos en donde se pueda establecer que hubo un impulso.

Objetivo del experimento

Determinar el impulso producido por una fuerza proporcionada por una liga a un cuerpo de masa conocida.

Equipo y materiales utilizados

- Sistema de flotación lineal
- Impulsor de aire
- Ligas
- Amortiguador desmontable
- Pasador metálico
- Dinamómetro
- Cámara de video con tripie.
- Trozo de hilo
- Juego de pesas
- Programa *Tracker*.
- Programa para graficar (*Origin*, *Excel*, etc.)

Diseño del experimento

Debido a que el propósito del experimento es calcular el impulso para compararlo después con el cambio de la cantidad de movimiento de un cuerpo, se usará un deslizador de masa conocida y se le proporcionará un impulso mediante el sistema de lanzamiento del Sistema de flotación lineal.
Para calcular el impulso, se medirá la fuerza, como una función del tiempo, que se aplica al deslizador durante el lanzamiento. Posteriormente, se graficará dicha fuerza contra el tiempo y se calculará el área bajo la curva definida por esa gráfica. El área indica el valor del impulso ejercido por la fuerza aplicada al deslizador. Finalmente, el valor encontrado del impulso se comparará con la cantidad de movimiento del deslizador, al final del lanzamiento.

Como no es posible obtener directamente la fuerza en función del tiempo con este sistema, primero se determinará cómo varía el desplazamiento en función del tiempo, y luego se encontrará la forma de cómo varía la fuerza en función del desplazamiento y, al combinar estas dos relaciones, se sabrá la manera cómo varía la fuerza en función del tiempo.

Para lo primero, se considerará un deslizador en el Sistema de flotación lineal, al que se le impartirá un cierto impulso y se registrará la posición en función del tiempo, *únicamente* durante el lanzamiento, mediante el registro en video. Una vez que se obtiene dicho registro, se medirá la fuerza mediante un dinamómetro en cada uno de los puntos del registro.

Los puntos registrados se representan por x_o, x_1, x_2 .., y los tiempos correspondientes, por t_o, t_1, t_2,…, que también son conocidos, ya que quedaron registrados; además, son conocidos también los valores F_o, F_1, F_2,..., que fueron medidos con el dinamómetro. Todos los valores mencionados se deberán consignar en una tabla. Los valores de x_o y t_o son cero porque x_o se toma como referencia y, a partir de él, se mide el desplazamiento.

A continuación, se deberá construir las gráficas de F contra x y de F contra t, como se indica en las Figuras 1 y 2.

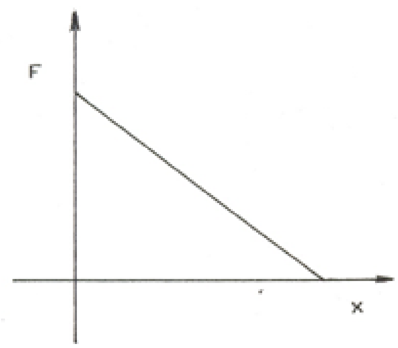


Figura 1. Fuerza, F, como función de la posición, x.

En la gráfica de F contra x se ajustará una línea recta, usando el método de mínimos cuadrados; en la de F contra t se ajustará un polinomio. Se calcula el área bajo la curva utilizando un programa para graficar, tal como el *Origin* o *Excel*. Si el cálculo del área se hace manualmente, la suma de las áreas dará un valor aproximado al área total bajo la curva. Observe que entre menor sea el valor de Δt, el área calculada estará más cercana al valor real del área bajo la curva. Este valor representa, como se mencionó, el valor del impulso.

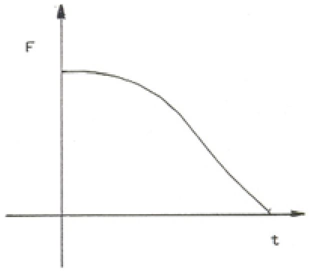


Figura 2. Fuerza, F, como función del tiempo, t.

Una vez calculado esto, se determinará el valor de la velocidad del deslizador después del lanzamiento, con el fin de calcular el cambio en la cantidad de movimiento Δp; esto es,

$$\Delta p = m\Delta v = m(v - v_o)$$

Ya que v_o es la velocidad inicial, y es cero, puesto que el deslizador parte del reposo. Es interesante comparar este valor de Δp con el impulso determinado al calcular el área bajo la curva de la función $F(t)$.

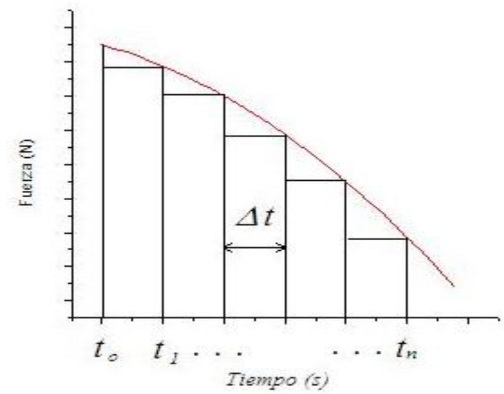


Figura 3. Cálculo aproximado del área bajo la curva.

Este experimento es laborioso y complicado, pero muy ilustrativo; para obtener resultados satisfactorios que le permitan obtener una evaluación favorable, debe entender perfectamente los conceptos en él y realizarlo con mucho cuidado. Si es necesario, deberá repetirlo.

Procedimiento

Para realizar este experimento siga los siguientes pasos:

1. Instale el equipo como se muestra en la Figura 4.
2. Nivele el Sistema de flotación lineal.

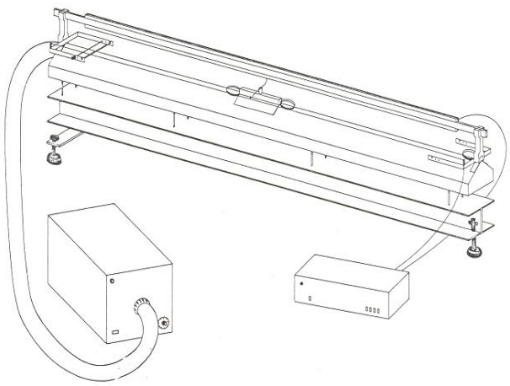


Figura 4. Instalación del equipo

3. Coloque la cámara para grabar toda la trayectoria del cuerpo. Cerciórese que estén instalados en el sistema de lanzamiento, la liga y el pasador metálico; éste último deberá insertarse en los orificios más alejados de la liga.
4. Coloque sobre la guía rectilínea del sistema de flotación lineal un deslizador de masa conocida, *m*, y efectúe un registro simple de posición y tiempo.
5. Encienda el impulsor de aire. Ponga en contacto el amortiguador del deslizador con la liga y use esta posición como referencia donde el deslizador se libera de la fuerza que la liga ejerce sobre él.
6. Inicie el registro simple de posición y tiempo y, simultáneamente, lance el deslizador. Finalice el registro tan pronto como el deslizador se libere de la liga. Identifique los puntos registrados a intervalos de tiempo constantes, a partir del punto inicial.
7. Para medir la fuerza que la liga ejerció sobre el deslizador en cada uno de los puntos de registro, tome un trozo de hilo y haga un lazo, de tal manera que tanto el amortiguador del deslizador y la liga queden en el interior del lazo. Pase el hilo a través del orificio del soporte del sistema de flotación lineal y engánchelo con un dinamómetro, como se indica en la Figura 5.
8. Estire el dinamómetro hasta que la punta del electrodo del deslizador coincida con el punto registrado como cero. Mida la fuerza registrada en el dinamómetro y llámela F_o.
9. Repita la operación para cada uno de los puntos restantes (1, 2, 3...), y llame a las fuerzas respectivas registradas en el dinamómetro F_1, F_2, $F_{3...}$.
10.

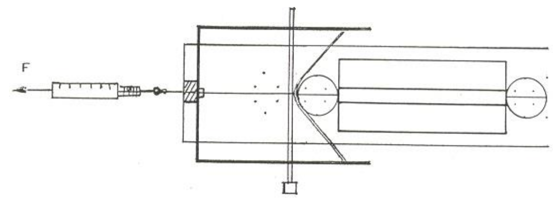


Figura 5. Medición de la fuerza como función de la posición

11. Determine para cada punto del registro sus respectivas variables de posición y tiempo. Utilice x_o y t_o para el punto marcado con el número cero, x_1 y t_1 para el marcado con el 1, y así sucesivamente.
12. Determine el valor numérico de la variable de posición *x* para cada uno de los puntos del registro, tomando como referencia el punto marcado con el número cero, al cual le corresponde $x_o = 0$.
13. Determine, para cada uno de los puntos del registro, la variable *t*, tomando como referencia el punto marcado con el número cero, al cual le corresponde $t_o = 0$. Al punto, marcado con el numero 1, le corresponderá el tiempo $t_1 = \Delta t$, donde Δt es el intervalo seleccionado, al marcado con el número 2 le corresponderá $t_2 = 2\Delta t$, y así sucesivamente.
14. Repita varias veces los pasos anteriores bajo exactamente las mismas condiciones para minimizar el error. Encuentre los valores promedio de *F*, *x* y *t* con sus respectivos errores.
15. Con los diferentes valores de *F*, *x* y *t*, obtenidos en los pasos anteriores, construya la siguiente tabla de datos, Tabla I.

Tabla I.

	0	1	2	3	4	5
x (cm)						
t (s)						
F (N)						

16. Con los datos de la Tabla I grafique *F* en función de *x*. También grafique *F* en función de *t*.
17. Si la gráfica de *F* contra *x* corresponde (al menos en cierto rango) a una línea recta, esto significa que en dicho rango la liga obedece a la Ley de Hooke; es decir, la fuerza, *F*, es proporcional al desplazamiento, *x*, por lo tanto, $F = -kx$, donde *k* es la constante de elasticidad de la liga. El valor de *k* deberá ser igual a la pendiente de la línea recta de la gráfica.
18. Determine el área bajo la curva de la gráfica de *F* contra *t*, Figura 3.
19. Determine la velocidad del deslizador, justamente después de que éste deja de estar en contacto con la liga.
20. Con el valor de la masa y la velocidad del deslizador, determine el cambio en el momento lineal, Δp. El valor del momento lineal, Δp, deberá ser aproximadamente igual al impulso, *I*:
21. Utilizando el principio de conservación de la energía, determine la velocidad, *v*, con la que el deslizador abandona la liga. Para esto, iguale la energía potencial, *U*, almacenada en la liga, con la energía cinética del deslizador al dejar de estar en contacto con la liga.

    De esta ecuación se puede obtener la velocidad, *v*.
22. Con el valor de la velocidad, *v*, calcule nuevamente el cambio en el momento lineal, Δp. Compare el valor de Δp con el del impulso, *I*.

Discusión y conclusiones

Compare los diferentes valores obtenidos del impulso. Si hay diferencia entre ellos, discuta con sus compañeros todas las posibles fuentes de error del experimento y haga una lista de ellas. Discuta con sus compañeros la validez del experimento.